



## ALGORITMOS Y COMPLEJIDAD

### TRABAJO PRÁCTICO 11

### Introducción a la complejidad computacional

Primer cuatrimestre de 2017

1. Sea  $L$  un lenguaje cualquiera. Probar las siguientes propiedades:
  - a) si  $L$  es decidible, entonces  $L$  es aceptable.
  - b) si  $L$  es decidible, entonces su complemento  $L^c$  también es decidible.
  - c)  $L$  es decidible si y solo si  $L$  y  $L^c$  son aceptables.
2. Probar las siguientes proposiciones
  - a) Si  $L_1, L_2$  son dos lenguajes tales que  $L_1 \leq_m L_2$ , y  $L_1$  no es decidible, entonces  $L_2$  tampoco lo es.
  - b) Si  $L_1, L_2$  son dos lenguajes tales que  $L_1$  es decidible y  $\emptyset \subset L_2 \subset \Sigma^*$ , entonces  $L_1 \leq_m L_2$ .
3. Considerando el lenguaje  
 $L = \{x : \text{la expresión decimal de } \pi \text{ incluye al menos } |x| \text{ 5's consecutivos}\}$   
Probar que  $L$  es decidible a pesar que la expresión decimal de  $\pi$  no es computable.
4. Sea  $T$  la clase de lenguajes *tally* y  $S$  la clase de lenguajes *sparse*. Demostrar que  $T \subseteq S$ , y encontrar un lenguaje separador que pruebe que  $T \subset S$ .
5. Sea  $D$  la clase de lenguajes decidibles. ¿Cuáles son los lenguajes  $D$ -completos con respecto a  $\leq_m$ ?
6. Mostrar que  $2\text{-SAT} \in P$ , probando que tiene un algoritmo polinomial que lo resuelve.
7. Mostrar un problema intratable que pertenezca a la clase  $P$ .
8. Demostrar las siguientes propiedades de la clase  $P$ :
  - a) La clase  $P$  es cerrada con respecto a  $\leq_p$ .
  - b) Si  $L_1, L_2$  son dos lenguajes tales que  $L_1 \in P$  y  $\emptyset \subset L_2 \subset \Sigma^*$ , entonces  $L_1 \leq_p L_2$ .
  - c) ¿Cuáles son los lenguajes  $P$ -completos?
9. Mostrar que los siguientes problemas son  $NP$ -completos, probando que pertenecen a  $NP$  y encontrando reducciones de los problemas propuestos. (Sugerencia: consultar la bibliografía).
  - a) 3-SAT (de SAT)
  - b)  $k$ -CLIQUE (de  $k$ -CUBR.NODOS)
  - c) 3-COLOR (de 3-SAT)
  - d) VIAJANTE (de CIRCUITO HAMILTONIANO)

## Referencias

- [BB96] Gilles Brassard and Paul Bratley. *Fundamentals of Algorithmics*. Prentice Hall, 1996.
- [CLRS09] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein. *Introduction To Algorithms*. The MIT Press, 3rd edition, 2009.